SEMESTRAL

UNI





TRIGONOMETRÍA

Tema: Cónicas I

DEFINICIÓN DE LA PARÁBOLA

Una parábola es el conjunto de puntos del plano que equidistan de una recta fija (la directriz) y un punto fijo (foco) que no pertenece a la directriz.

Distancia de **Q** a la directriz: $\mathbf{d(Q;\vec{\mathcal{L}}_D)}$

Q :Punto genérico

$\mathbf{d(Q,F)}$

$\vec{E}_F$

F: Foco

V: Vértice

$\vec{\mathcal{L}}_D$

Directriz

ELEMENTOS

F:foco

$\vec{\mathcal{L}}_D$: Directriz

$\vec{E}_F$: Eje focal

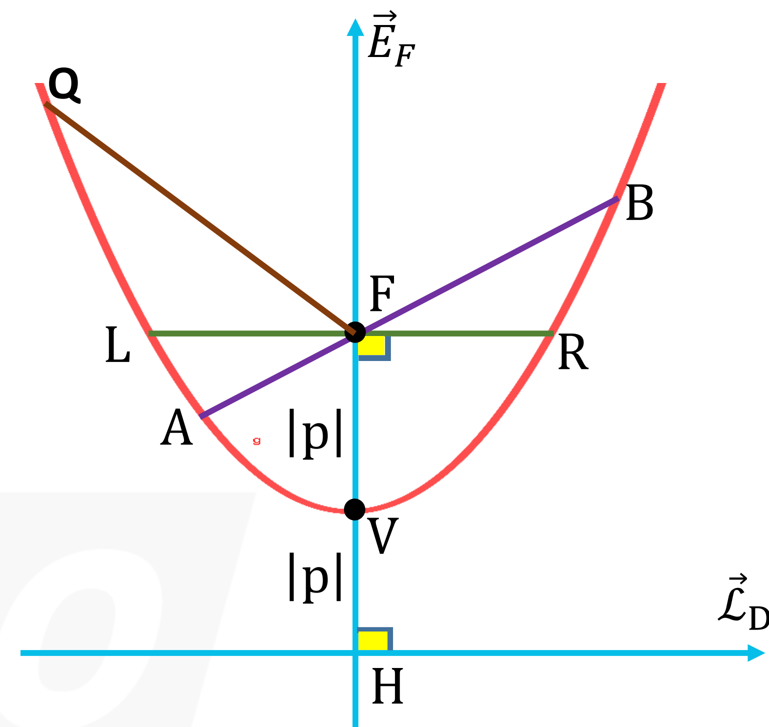
V:vértice

p: parámetro

$\overline{LR}$: lado recto

$\overline{FQ}$: radio focal

$\overline{AB}$: cuerda focal



Cumple:

$$\mathbf{d(Q,F) = d(Q,\vec{\mathcal{L}}_D)}$$

$$\mathbf{VF = VH = |p|}$$

$$\mathbf{LR = 4|p|}$$

$$\mathbf{e = 1}$$

Nota: toda cónica cumple: $\dfrac{\mathbf{d(Q,F)}}{\mathbf{d(Q,\vec{\mathcal{L}}_D)}} = \boldsymbol{e}$

($\boldsymbol{e}$: excentricidad)

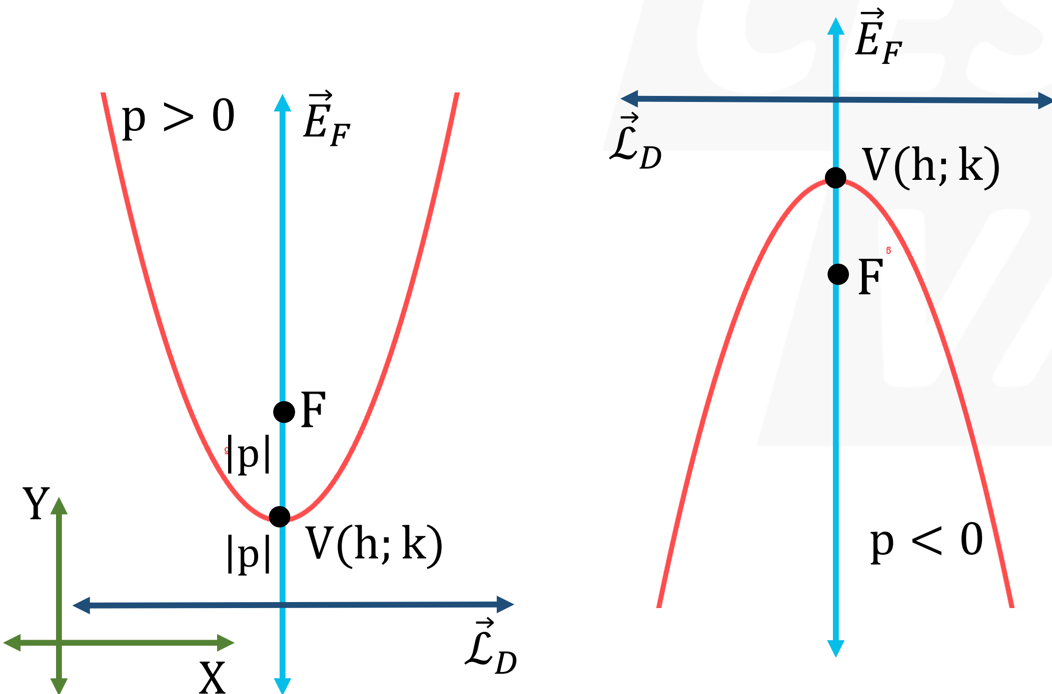
Ecuación de la parábola

Si: $\vec{E}_F \parallel$ Eje Y

$V(h;k)$: *coordenadas del vértice*
p: *parámetro de la parábola*

$$\mathcal{P}:\ (x-h)^2 = 4p(y-k)$$

$$\mathcal{P}:\ x^2 + Dx + Ey + F = 0$$

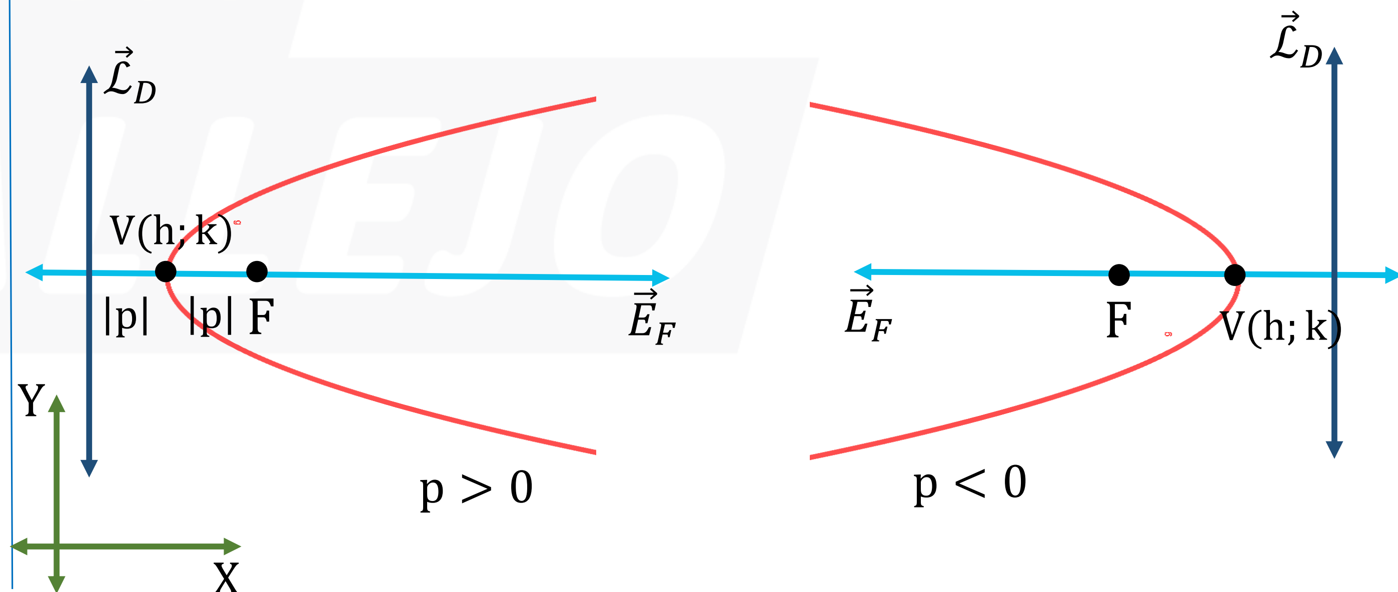


Si: $\vec{E}_F \parallel$ Eje X

$V(h;k)$: *coordenadas del vértice*
p: *parámetro de la parábola*

$$\mathcal{P}:\ (y-k)^2 = 4p(x-h)$$

$$\mathcal{P}:\ y^2 + Dx + Ey + F = 0$$



EJERCICIO

Dada la ecuación de la parábola : $y^2 - 4y - 8x + 44 = 0$, entonces la suma de las coordenadas del foco de la parábola es

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

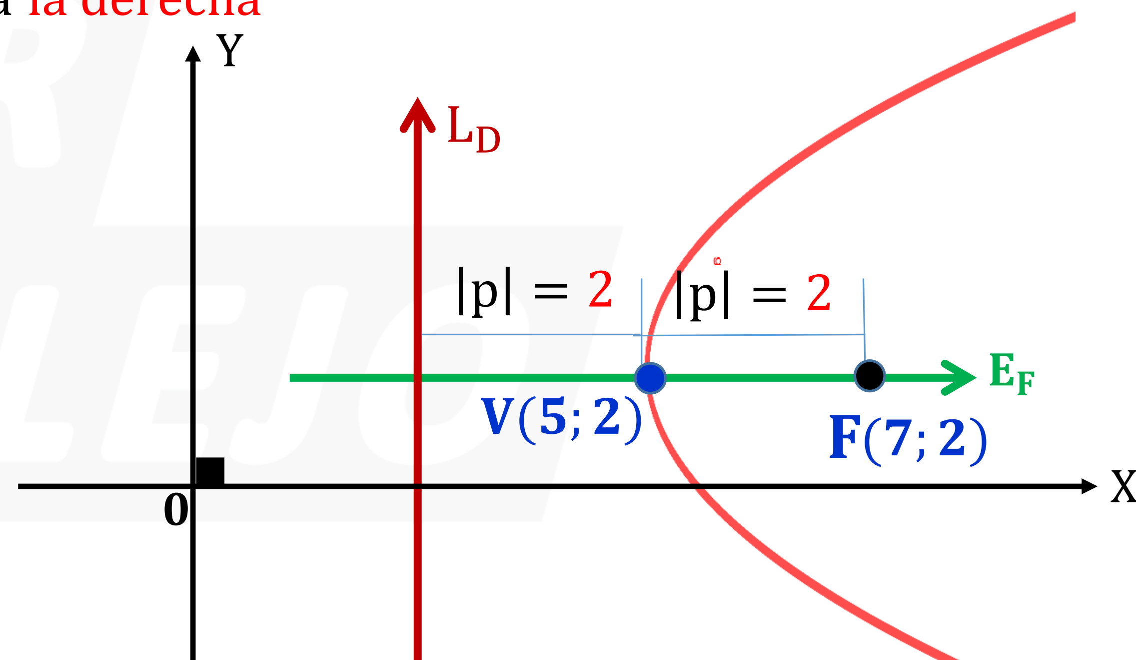
RESOLUCIÓN

$$y^2 - 4y + 4 - 8x + 40 = 0$$

$$y^2 - 4y + 4 = 8x - 40$$

Completando cuadrados $(y-2)^2 = 8(x-5)$ $\begin{cases} V(5;2) \\ 4p = 8 \rightarrow p = 2 \end{cases}$

Como $p > 0$ la parábola se abre hacia la derecha



∴ suma de coordenadas del foco =9

EJERCICIO

Determine la ecuación de la parábola de eje focal vertical cuyo vértice es $V(-1;2)$ y pasa por el punto $(2;5)$

A) $x^2+2x+3y+8=0$

B) $x^2-2x-3y-7=0$

C) $x^2+2x-3y+7=0$

D) $x^2+2x+3y+6=0$

E) $x^2-2x+3y+9=0$

RESOLUCIÓN

La ecuación de una parábola con eje focal vertical es:

$$\mathcal{P}:(x-h)^2=4p(y-k)$$

Como $V(-1;2)\rightarrow h=-1$ y $k=2$

$$\mathcal{P}:(x+1)^2=4p(y-2)$$

$$(2;5)\in\mathcal{P}:(x+1)^2=4p(y-2)$$

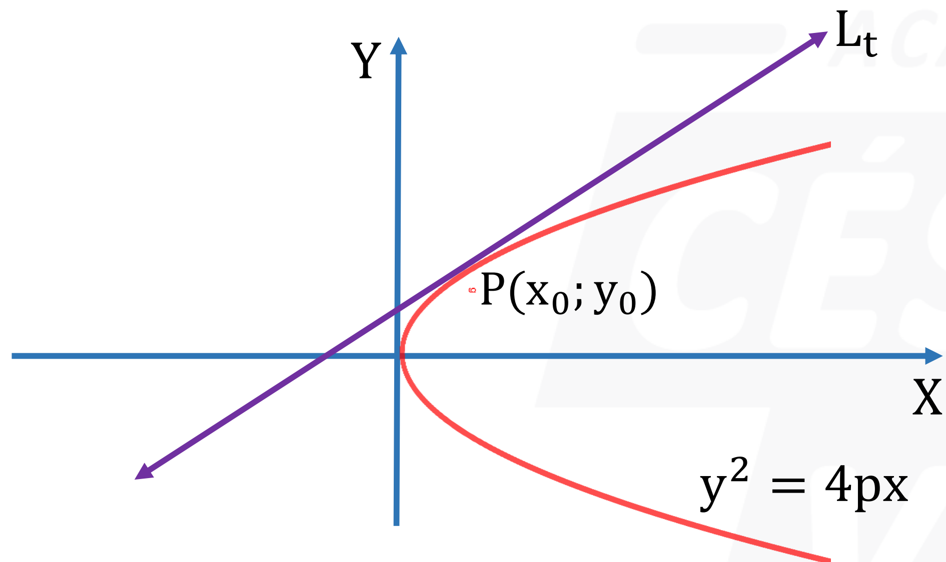
$$(2+1)^2=4p(5-2)$$

$$\rightarrow 4p=3$$

$$\mathcal{P}:(x+1)^2=3(y-2)$$

$$\therefore\ \mathcal{P}:x^2+2x-3y+7=0$$

ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE A LA PARÁBOLA



$$L_t: y - y_0 = \frac{2p}{y_0}(x - x_0);\ p > 0$$

COMPROBACIÓN

La recta tangente: L_t: $y - y_0 = m(x - x_0)$ ... (α)

y la ecuación de la parábola: $y^2 = 4px$ ... (β)

Reemplazando (β) en (α)

$$y - y_0 = m\left(\frac{y^2}{4p} - x_0\right) \rightarrow my^2 - 4py + (4py_0 - 4pmx_0) = 0$$

Por condición de tangencia $\triangle = 0$

$$(-4p)^2 - 4m(4py_0 - 4pmx_0) = 0$$

$$4p^2 - 4mpy_0 + m^2y_0^2 = 0$$

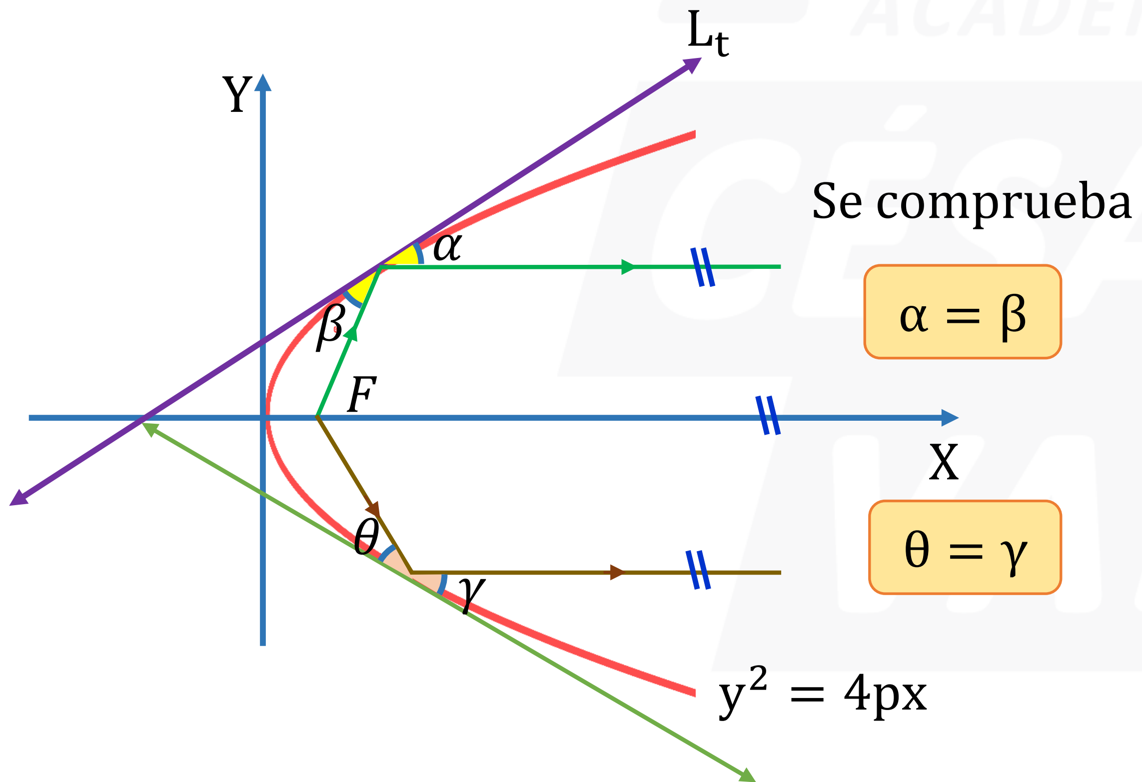
$$\rightarrow (2p - my_0)^2 = 0$$

$$\rightarrow m = \frac{2p}{y_0}$$ *(pendiente de la recta tangente)*

$$\therefore L_t: y - y_0 = \frac{2p}{y_0}(x - x_0);\ p > 0$$

PROPIEDADES ADICIONALES

1.De la reflexión

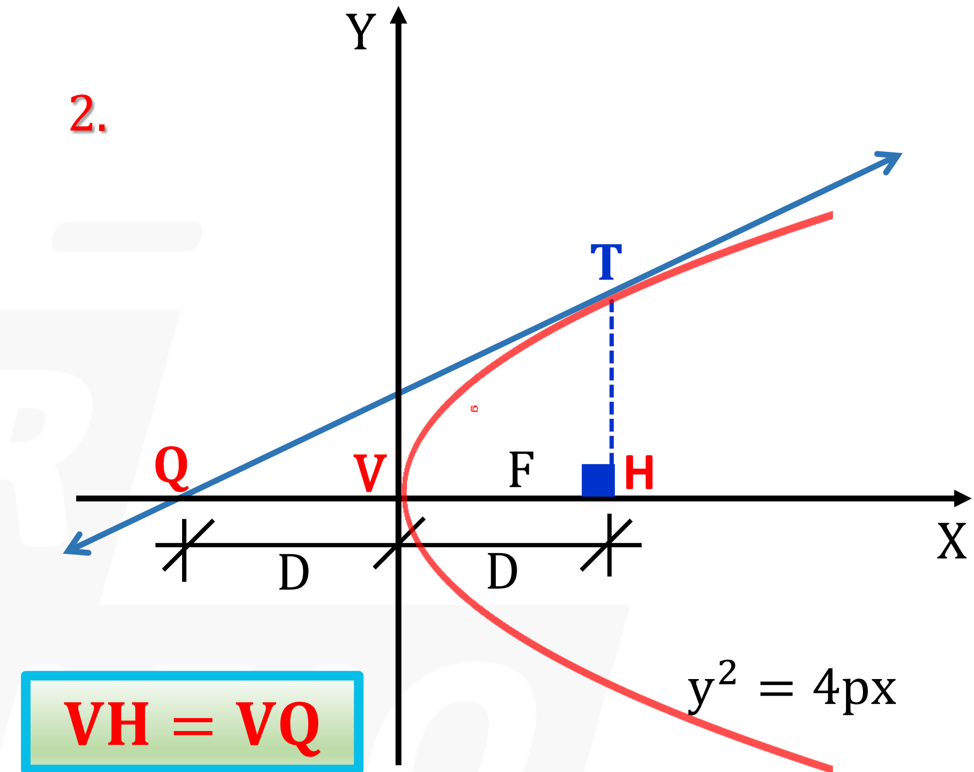


Se comprueba

$\alpha = \beta$

$\theta = \gamma$

2.



VH = VQ

Las distancias del vértice de la parábola al pie de la perpendicular trazada desde el punto de tangencia al eje focal y al punto Q (de intersección de la recta tangente con el eje focal); SON IGUALES.



GRACIAS